

代数与信息论观点的分辨矩阵属性约简研究

黄治国¹, 刘 罡²

(1 河南工程学院 软件学院, 河南 郑州 451191; 2 湖北工业大学 计算机学院, 湖北 武汉 430068)

摘 要: 在不一致决策系统中, 代数与信息论观点属性约简不等价. Skowron 分辨矩阵为求取代数观点下属性约简提供了一种规范精确的数学模型, 但不能刻画非一致系统信息论观点下的属性约简特性. 基于条件决策分布函数定义简化决策系统, 在此基础上设计满足两种观点属性约简的分辨矩阵, 推理证明与仿真实例说明了该方法的可行性与有效性.

关键词: 分辨矩阵; 代数观点; 信息论观点; 属性约简

中图分类号: TP311.131

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2014)07-0088-05

Discernibility Matrix-Based Attribute Reduction under the Algebra View and Information View

HUANG Zhi-guo¹, LIU Gang²

(1 School of Software, Henan Institute of Engineering, Zhengzhou 451191, China;

2 School of Computer Science, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)

Abstract: In inconsistent decision systems, attribute reduction models are non-equivalent between algebra view and information view. Skowron's discernibility matrix provides a kind of normative and precise mathematical model for finding attribute reduction under algebra view. However, this discernibility matrix can't describe the attribute reduction characteristic of an inconsistent decision system under information view. This paper defines simplified decision system based on the decision distribution function of condition equivalence class, and designs the discernibility matrix satisfying algebra view and information view. The Reasoning proof and simulation example shows the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: discernibility matrix; algebra view; information view; attribute reduction

1 引言

粗糙集理论^[1]由波兰数学家 Pawlak 于 1982 年提出, Pawlak 经典粗糙集理论从代数观点建立了属性约简模型, 其标准在于约简前后保持决策系统分类质量不变, 即保持可确定分类的对象数目不发生改变. 但代数观点下属性约简不能刻画不一致对象所属粒度合并引起的不确定性. 现实应用中数据由于描述属性选择不充分, 测量误差, 以及数据具非确定性等一些因素, 往往大量地呈现出不一致性. 不一致对象集隐含了大量的用户感兴趣有用模式, 因此

对决策系统中不一致对象所属粒度合并引起的不确定性也需要加以合理刻画.

文献[2]中分析了代数和信息论观点属性约简在相容系统中的等价关系, 指出两者在不相容系统中的不等价关系, 提出了基于条件信息熵的属性约简算法^[3]. 杨明进一步提出了基于条件信息熵的近似属性约简算法^[4]. 信息论观点属性约简刻画了系统的整体不确定性, 不允许导致系统产生新不确定性的粒度合并行为, 其约简标准比代数观点属性约简更为严格.

Skowron 等首次提出分辨矩阵与分辨函数概

收稿日期: 2013-09-03; 修回日期: 2013-10-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61300127); 河南工程学院博士基金资助项目(D2013003)

念^[5],精确地刻画了条件属性对于保持系统信息分辨能力的影响,为信息系统属性约简与求核提供了一种精确规范的数学模型.但 Skowron 分辨矩阵本质在于保持系统中一致对象与其他对象的可分辨特性,仅是代数观点属性约简的等价变换,不能体现非一致决策系统在信息论观点下的属性约简特性.

本文基于条件等价类决策分布函数定义了一种简化决策系统,以该简化决策系统为基础设计满足代数与信息论观点属性约简的分辨矩阵,并给出其正确性证明,以保证利用简化决策系统设计分辨矩阵求取两种观点下属性约简的正确高效.推理证明与仿真实例说明了该方法的可行性与有效性.

2 基本概念

信息系统是属性约简的基础数据结构.信息系统形式化表示为一四元组 $IS = \langle U, A, V, \rho \rangle$, 其中, $U = \{x_1, \dots, x_n\}$ 为非空有限论域; $A = C \cup D$ 为非空有限属性集, C 和 D 分别为条件属性集和决策属性集, 决策 $D \neq \emptyset$ 时信息系统称为决策信息系统, 简称决策系统; $V = \bigcup_{a \in A} V_a$, V_a 为属性 a 的值域; $\rho: U \times A \rightarrow V$ 为映射函数使得 $\rho(x_i, a) \in V_a$ ($x_i \in U, a \in A$).

定义 1 属性集 $R(R \subseteq A)$ 上的不可分辨关系定义为

$$IND(R) = \{(u, v) \in U \times U : u \in U \wedge v \in U \wedge (\forall a \in R \rightarrow \rho(u, a) = \rho(v, a))\}.$$

等价关系 $IND(R)$ 将会导致对 U 的划分, 记为 $U/IND(R)$, 在不引起混淆的情况下简写为 U/R , 其中包含对象 u 的 R 等价类记为 $[u]_{IND(R)}$. 记论域 U 在不可分辨关系 $IND(C)$ 上形成的划分 $U/IND(C) = \{X_1, X_2, \dots, X_{|U/IND(C)|}\}$ 称为条件等价类集合, 论域 U 在不可分辨关系 $IND(D)$ 上形成的划分 $U/IND(D) = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{|U/IND(D)|}\}$ 称为决策等价类集合.

定义 2 给定对象子集 $X \subseteq U$, X 关于不可分辨关系 $IND(R)$ 的下近似集与上近似集分别定义为

$$R(X) = \bigcup \{X_i : X_i \in U/IND(R) \wedge X_i \subseteq X\};$$

$$\bar{R}(X) = \bigcup \{X_i : X_i \in U/IND(R) \wedge X_i \cap X \neq \emptyset\}.$$

$R(X)$ 由依据知识 R 判断必定包含于 X 的 $U/IND(R)$ 等价块构成; $\bar{R}(X)$ 由依据知识 R 判断可能包含于 X 的 $U/IND(R)$ 等价块构成.

定义 3 对于决策系统 $DS = \langle U, A, V, \rho \rangle$, 给定对象子集 $X \subseteq U$, X 关于 $R(R \subseteq A)$ 的正域定义为

$$POS_R(X) = R(X)$$

正域 $POS_R(X)$ 是论域 U 中通过 $U/IND(C)$ 表示的知识判断, 确定属于集合 X 的元素构成的集合. 从集合逼近的思想考查待描述概念 X , $POS_R(X)$ 是根据知识 R 从内往外能够逼近 X 的极限情形, 即包含于 X 且逼近 X 的最大集合.

定义 4 给定决策信息系统 $DS = \langle U, A = C \cup D, V, \rho \rangle$, 若 $R(R \subseteq C)$ 满足:

$$(1) Pos_C(D) = Pos_R(D),$$

$$(2) \forall a \in R, Pos_{R-\{a\}}(D) \neq Pos_R(D),$$

则称 R 为条件属性集 C 关于决策属性集 D 的代数观点属性约简.

代数观点属性约简标准在于保持相对正域不变, 其本质在于保持可确定分类的对象集不变.

定义 5 给定决策信息系统 $DS = \langle U, A = C \cup D, V, \rho \rangle$, U 在等价关系 $IND(R)(R \subseteq C)$ 下的商集为 $U/IND(R) = \{X_1, \dots, X_{|U/IND(R)|}\}$, U 在等价关系 $IND(D)$ 下的商集为 $U/IND(D) = \{D_1, \dots, D_{|U/IND(D)|}\}$, 定义条件属性 R 关于决策属性 D 的条件信息熵为

$$H(D/R) = - \sum_{i=1}^{|U/IND(R)|} P(X_i) \sum_{j=1}^{|U/IND(D)|} P(D_j/X_i) \log P(D_j/X_i).$$

其中, $P(X_i) = |X_i|/|U|$, $P(D_j/X_i) = |X_i \cap D_j|/|X_i|$, $i = 1, 2, \dots, |U/IND(R)|$, $j = 1, 2, \dots, |U/IND(D)|$.

定义 6 给定决策信息系统 $DS = \langle U, A = C \cup D, V, \rho \rangle$, 若 $R(R \subseteq C)$ 满足:

$$(1) H(D/R) = H(D/C),$$

$$(2) \forall a \in R, H(D/(R - \{a\})) \neq H(D/R),$$

则称 R 为条件属性集 C 关于决策属性集 D 的信息论观点属性约简.

信息论观点属性约简标准在于保持决策系统的条件信息熵不变. 信息熵是对事物平均不确定性的描述, 条件信息熵即是针对整个系统依据条件作出决策的不确定性期望估计. 当 $Pos_C(D) = U$ 时, 任意对象均对应唯一决策, 系统决策不确定性取最小值 0; 当 $|U/IND(R)| = 1$ 且 $|U/IND(D)| = |U|$ 时, 系统决策不确定性期望取最大值 $\log(|U|)$.

定义 7 给定决策系统 $DS = \langle U, A = C \cup D, V, \rho \rangle$, 令 $A = \{a_1, \dots, a_m\}$, $U = \{x_1, \dots, x_n\}$, 分辨

矩阵 $\mathbf{M}$ 是一个 $|U| \times |U|$ 的矩阵, 矩阵中每一元素定义为^[5]

$$m_{ij} = \begin{cases} \{a \in A: a(x_i) \neq a(x_j), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n\}, & i \neq j \\ \emptyset, & \text{otherwise} \end{cases}$$

分辨矩阵满足对称性且对于 $1 \leq \forall i \leq n$ 均有 $c_{ii} = \emptyset$, 因此可仅通过下三角的元素, 即满足 $1 \leq j \leq i \leq n$ 的元素来表示矩阵.

定义 8 给定决策系统 $DS = \langle U, A, V, \rho \rangle$, 及其上的分辨矩阵 $\mathbf{M}$, 其分辨函数 $f(\mathbf{M})$ 定义为

$$f(\mathbf{M}) = \bigwedge \{ \bigvee (c_{ij}): 1 \leq j \leq i \leq n, c_{ij} \neq \emptyset \}$$

式中, $\bigvee (c_{ij})$ 表示属于 c_{ij} 中所有变量的析取, $\bigwedge \{ \bigvee (c_{ij}): 1 \leq j \leq i \leq n, c_{ij} \neq \emptyset \}$ 表示满足 $1 \leq j \leq i \leq n$ 且不为空的所有矩阵元素的合取. 分辨矩阵思想的本质在于, 通过分辨矩阵中每一元素所包含属性可区分决策系统中两个对象, 所有元素的总体便具有与全体属性集等同的可区分能力. 因此分辨矩阵又被称为差别矩阵、区分矩阵、分明矩阵、可辨识矩阵等. 针对分辨矩阵中任一元素 m_{ij} , 只要存在 m_{ij} 中任一属性, 即可将分别属于 $X_i \in U/IND(C)$, $X_j \in U/IND(C)$ 的两对象区分开来, 因此将 m_{ij} 中所有属性用析取连接; 对整个分辨矩阵而言, 全体 m_{ij} 便能保证整个系统信息分辨能力不变, 因此各 m_{ij} 之间用合取连接, 此即分辨矩阵与分辨函数求取属性约简的思想和意义所在.

3 基于条件决策分布函数的分辨矩阵

Skowron 分辨矩阵为求取决策系统代数观点下属性约简提供了一种精确规范的数学模型, 其本质在于保持系统中一致对象与其他对象的可分辨性质, 但是不能刻画不一致系统信息论观点下的属性约简特性, 而且也存在分辨矩阵生成与存储空间开

$$m_{ij} = \begin{cases} \{a \mid a \in C \wedge f(X_i, a) \neq f(X_j, a)\} & \rho(X_i, D) \neq \rho(X_j, D) \wedge (|\lambda_i \rho(X_i, D)| = 1 \vee |\lambda_i \rho(X_j, D)| = 1) \\ \emptyset & \text{otherwise} \end{cases}$$

定理 1 给定决策系统 $DS = \langle U, C \cup D, V, \rho \rangle$, 其简化决策系统 $\text{sim}(DS) = \langle U/IND(C), C \cup D', V', \rho' \rangle$, 及其代数观点下的分辨矩阵 $\mathbf{M}_{DS} = \{m_{ij}\}$, $\text{Pos}_C(D) = \text{Pos}_R(D)$ 的充要条件为 $\forall m_{ij} \neq \emptyset \rightarrow R \cap m_{ij} \neq \emptyset$.

证明: 若 $\forall m_{ij} \neq \emptyset \rightarrow R \cap m_{ij} \neq \emptyset$, 利用反证法假设 $\text{Pos}_C(D) \neq \text{Pos}_R(D)$ 则必存在 $X_i, X_j \in U/IND(C)$ ($m_{ij} \neq \emptyset$) 使得 X_i 与 X_j 在 R 上不可分辨, 具不同决策且至少其中之一包含于 $\text{Pos}_C(D)$, 而 $m_{ij} = \{a \mid a \in C \wedge \rho'(X_i, a) \neq \rho'(X_j, a)\}$, 故 $R \cap$

销过大的缺陷. 本节基于条件决策分布函数定义简化决策系统, 在此基础上定义满足两种观点属性约简的分辨矩阵, 并给出其正确性证明, 以保证利用简化决策表设计分辨矩阵求取满足代数观点与信息论观点属性约简的正确高效.

定义 9 给定决策系统 $DS = \langle U, A = C \cup D, V, \rho \rangle$, $U = \{x_1, \dots, x_n\}$, $U/IND(D) = \{D_1, \dots, D_{|U/IND(D)|}\}$, 系统决策值集 $F_D = \{\rho(D_1, D), \dots, \rho(D_{|U/IND(D)|}, D)\}$. 则 $\forall x_i \in U, B \subseteq C, [x_i]_B$ 关于 D 的决策可用向量法表示的条件决策分布函数定义为: $\tilde{F}_D([x_i]_B) = (\mu_{\tilde{F}_D([x_i]_B)}(\rho(D_1, D)), \dots, \mu_{\tilde{F}_D([x_i]_B)}(\rho(D_{|U/IND(D)|}, D)))$.

其中 $\rho(D_j, D)$ 为决策等价类 D_j ($1 \leq j \leq |U/IND(D)|$) 在决策属性 D 上的取值, $\mu_{\tilde{F}_D([x_i]_B)}(\rho(D_j, D)) = |D_j \cap [x_i]_B| / |[x_i]_B|$ 为 D_j 关于 $\tilde{F}_D([x_i]_B)$ 的隶属度函数. 显然, $(\dots, \mu_{\tilde{F}_D([x_i]_B)}(\rho(D_j, D)), \dots)$ 是条件等价类 $[x_i]_B$ 在各决策等价类中的概率分布, 因此有 $\mu_{\tilde{F}_D([x_i]_B)}(\rho(D_1, D)) + \dots + \mu_{\tilde{F}_D([x_i]_B)}(\rho(D_{|U/IND(D)|}, D)) = 1$.

定义 10 给定决策系统 $DS = \langle U, C \cup D, V, \rho \rangle$, 其简化决策系统定义为: $\text{sim}(DS) = \langle U/IND(C), C \cup D', V', \rho' \rangle$, $V' = \bigcup_{a \in C \cup D'} V_a$, V_a 为属性 a 的值域; $\rho': U \times (C \cup D') \rightarrow V'$ 为信息函数使得 $\rho'(X_i, a) \in V_a$ ($X_i \in U/IND(C)$, $a \in C \cup D'$), 其中 $\rho'(X_i, D') = \tilde{F}_D(X_i)$.

定义 11 给定决策系统 $DS = \langle U, C \cup D, V, \rho \rangle$ 及其简化决策系统 $\text{sim}(DS) = \langle U/IND(C), C \cup D', V', \rho' \rangle$, 其代数观点下的分辨矩阵 $\mathbf{M}_{DS} = \{m_{ij}\}$ 是一个 $|U/IND(C)| \times |U/IND(C)|$ 的矩阵, 其中矩阵元素 m_{ij} ($1 < i \leq |U/IND(C)|, 1 \leq j < i$) 定义为

$m_{ij} = \emptyset$, 这与前提 $R \cap m_{ij} \neq \emptyset$ 矛盾, 因此假设 “ $\text{Pos}_C(D) \neq \text{Pos}_R(D)$ ” 不成立, 从而有 “ $\text{Pos}_C(D) = \text{Pos}_R(D)$ ” 成立.

若 $\text{Pos}_C(D) = \text{Pos}_R(D)$, 利用反证法假设 $\exists m_{ij} \neq \emptyset$ 使得 $R \cap m_{ij} = \emptyset$, 则存在 $X_i \in U/IND(C)$, $X_j \in U/IND(C)$ 使得 X_i 与 X_j 在 R 上不可分辨但在 C 上可分辨, 具有不同决策且至少其中之一包含于 $\text{Pos}_C(D)$, 即两个具有不同决策的条件等价类 X_i 与 X_j 在 R 上发生合并, 必会导致相对正域的变化即 $\text{Pos}_C(D) \neq \text{Pos}_R(D)$, 这与前提相矛盾. 故假设

“ $\exists m_{ij} \neq \emptyset$ 使得 $R \cap m_{ij} = \emptyset$ ” 不成立,从而有其逆命题“ $\forall m_{ij} \neq \emptyset \rightarrow R \cap m_{ij} \neq \emptyset$ ” 成立.

根据定理 1 可定义基于该分辨矩阵的代数观点属性约简.

定义 12 给定决策系统 $DS = \langle U, C \cup D, V, \rho \rangle$, 简化决策系统 $sim(DS) = \langle U/IND(C), C \cup D', V', \rho' \rangle$, 其代数观点下的分辨矩阵 $\mathbf{M}_{DS} = \{m_{ij}\}$, 若 $R \subseteq C$ 满足:

(1) $\forall m_{ij} \neq \emptyset$ 均有 $R \cap m_{ij} \neq \emptyset$,

(2) $\forall a \in R$ 均 $\exists m_{ij} \neq \emptyset$, 使得 $(R - \{a\}) \cap m_{ij} = \emptyset$,

则称 R 为决策系统 DS 的代数观点属性约简.

定义 13 给定决策系统 $DS = \langle U, C \cup D, V, \rho \rangle$ 及其简化决策系统 $sim(DS) = \langle U/IND(C), C \cup D', V', \rho' \rangle$, 其信息论观点下的分辨矩阵 $\mathbf{M}_{DS} = \{m_{ij}\}$ 是一个 $|U/IND(C)| \times |U/IND(C)|$ 的矩阵, 其中矩阵元素 $m_{ij} (1 \leq i \leq |U/IND(C)|, 1 \leq j < i)$ 定义为

$$m_{ij} = \begin{cases} \{a \mid a \in C \wedge f(X_i, a) \neq f(X_j, a)\} & \rho'(X_i, D') \neq \rho'(X_j, D') \\ \emptyset & \text{otherwise} \end{cases}$$

定理 2 给定决策系统 $DS = \langle U, C \cup D, V, \rho \rangle$, 其简化决策系统 $sim(DS) = \langle U/IND(C), C \cup D', V', \rho' \rangle$, 及其信息论观点下的分辨矩阵 $\mathbf{M}_{DS} = \{m_{ij}\}$, $H(D/R) = H(D/C)$ 的充要条件为 $\forall m_{ij} \neq \emptyset \rightarrow R \cap m_{ij} \neq \emptyset$.

证明: 若 $\forall m_{ij} \neq \emptyset \rightarrow R \cap m_{ij} \neq \emptyset$, 利用反证法假设 $H(D/R) \neq H(D/C)$ 则 $\exists X_i, X_j \in U/IND(C)$ 且 $m_{ij} \neq \emptyset$ 使得 X_i 与 X_j 在 R 上不可分辨且其分布函数不相等即 $\rho'(X_i, D') \neq \rho'(X_j, D')$, 而 $m_{ij} = \{a \mid a \in C \wedge \rho'(X_i, a) \neq \rho'(X_j, a)\}$, 因此 $R \cap m_{ij} = \emptyset$, 这与前提 $R \cap m_{ij} \neq \emptyset$ 矛盾, 因此假设“ $H(D/R) \neq H(D/C)$ ” 不成立, 从而 $H(D/R) = H(D/C)$ 成立.

若 $H(D/R) = H(D/C)$, 利用反证法假设 $\exists m_{ij} \neq \emptyset$ 使得 $R \cap m_{ij} = \emptyset$, 则存在 $X_i \in U/IND(C)$, $X_j \in U/IND(C)$ 使得 X_i 与 X_j 在 R 上不可分辨但在 C 上可分辨且 $\rho'(X_i, D') \neq \rho'(X_j, D')$, 即两个具有不同分布函数的条件等价类 X_i 与 X_j 在 R 上发生合并, 必会导致条件信息熵的上升即 $H(D/R) \neq H(D/C)$, 这与前提相矛盾. 故假设“ $\exists m_{ij} \neq \emptyset$ 使得 $R \cap m_{ij} = \emptyset$ ” 不成立, 从而有其逆命题“ $\forall m_{ij} \neq \emptyset \rightarrow R \cap m_{ij} \neq \emptyset$ ” 成立.

根据定理 2 可得到基于该分辨矩阵的信息论观

点属性约简定义.

定义 14 给定决策系统 $DS = \langle U, C \cup D, V, \rho \rangle$, 简化决策系统 $sim(DS) = \langle U/IND(C), C \cup D', V', \rho' \rangle$, 其信息论观点下的分辨矩阵 $\mathbf{M}_{DS} = \{m_{ij}\}$, 若 $R \subseteq C$ 满足:

(1) $\forall m_{ij} \neq \emptyset$ 均有 $R \cap m_{ij} \neq \emptyset$,

(2) $\forall a \in R$ 均 $\exists m_{ij} \neq \emptyset$, 使得 $(R - \{a\}) \cap m_{ij} = \emptyset$,

则称 R 为决策系统 DS 的信息论观点属性约简.

由定义 11、13 得到某决策系统在代数观点与信息论观点下分辨矩阵后, 即可由定义 8 生成其分辨函数, 运用数理逻辑中分解律与吸引律, 将形如合取范式的分辨函数转换为其等价的极小析取范式, 极小析取范式中每一析取项(对应一个简单合取式)即为决策系统的一个属性约简, 所有析取项即为决策系统的全体属性约简.

4 实例分析

为了更好地说明本文所设计代数与信息论观点属性约简分辨矩阵的有效性, 以表 1 所示决策系统为例进行分析说明.

表 1 决策系统 DS

U	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	d
x_1	0	0	0	0	0	0	0
x_2	0	0	0	0	0	0	1
x_3	1	1	1	0	0	0	1
x_4	1	1	0	1	0	0	0
x_5	1	1	0	1	0	0	1
x_6	1	1	0	1	0	0	1
x_7	1	0	0	0	0	1	0
x_8	1	0	0	0	0	1	1
x_9	1	0	1	1	1	0	0

按定义 10 得表 1 所示决策系统的简化决策系统见表 2.

表 2 简化决策系统

U	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	D'
X_1	0	0	0	0	0	0	(0.5, 0.5)
X_2	1	1	1	0	0	0	(0, 1)
X_3	1	1	0	1	0	0	(0.333, 0.667)
X_4	1	0	0	0	0	1	(0.5, 0.5)
X_5	1	0	1	1	1	0	(1, 0)

按定义 11 得到基于简化决策系统的代数观点分辨矩阵见表 3, 其分辨函数为 $(a_1 \vee a_2 \vee a_3) \wedge (a_3 \vee a_4) \wedge (a_2 \vee a_3 \vee a_6) \wedge (a_2 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_2 \vee a_3 \vee a_5)$, 将其转化为等价的极小析取范式 $(a_2 \wedge a_3)$

$\vee (a_2 \wedge a_4) \vee (a_3 \wedge a_4) \vee (a_3 \wedge a_5) \vee (a_1 \wedge a_4 \wedge a_5 \wedge a_6)$. 因此决策系统 DS 的代数观点属性约简为 $\{\{a_2 a_3\}, \{a_2 a_4\}, \{a_3 a_4\}, \{a_3 a_5\}, \{a_1 a_4 a_5 a_6\}\}$.

表 3 基于简化决策系统的代数观点分辨矩阵

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	Φ	$\{a_1, a_2, a_3\}$	Φ	Φ	$\{a_1, a_3, a_4, a_5\}$
X_2	$\{a_1, a_2, a_3\}$	Φ	$\{a_3, a_4\}$	$\{a_2, a_3, a_5\}$	$\{a_2, a_4, a_5\}$
X_3	Φ	$\{a_3, a_4\}$	Φ	Φ	$\{a_2, a_3, a_5\}$
X_4	Φ	$\{a_2, a_3, a_5\}$	Φ	Φ	$\{a_3, a_4, a_5, a_6\}$
X_5	$\{a_1, a_3, a_4, a_5\}$	$\{a_2, a_4, a_5\}$	$\{a_2, a_3, a_5\}$	$\{a_3, a_4, a_5, a_6\}$	Φ

按定义 13 得到基于简化决策系统的信息论观点分辨矩阵见表 4, 其分辨函数为 $(a_1 \vee a_2 \vee a_3) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_4) \wedge (a_3 \vee a_4) \wedge (a_2 \vee a_3 \vee a_5) \wedge (a_2 \vee a_4 \vee a_5) \wedge (a_2 \vee a_4 \vee a_6) \wedge (a_2 \vee a_3 \vee a_5)$, 将其转化为等价的极小析取范式 $(a_2 \wedge a_3) \vee (a_2 \wedge a_4) \vee (a_3 \wedge a_4) \vee (a_1 \wedge a_3 \wedge a_5 \wedge a_6) \vee (a_1 \wedge a_4 \wedge a_5 \wedge a_6)$. 因此决策系统 DS 的信息论观点属性约简为 $\{\{a_2 a_3\}, \{a_2 a_4\}, \{a_3 a_4\}, \{a_1 a_3 a_5 a_6\}, \{a_1 a_4 a_5 a_6\}\}$.

表 4 基于简化决策系统的信息论观点分辨矩阵

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_1	Φ	$\{a_1, a_2, a_3\}$	$\{a_1, a_2, a_4\}$	Φ	$\{a_1, a_3, a_4, a_5\}$
X_2	$\{a_1, a_2, a_3\}$	Φ	$\{a_3, a_4\}$	$\{a_2, a_3, a_5\}$	$\{a_2, a_4, a_5\}$
X_3	$\{a_1, a_2, a_4\}$	$\{a_3, a_4\}$	Φ	$\{a_2, a_4, a_5\}$	$\{a_2, a_3, a_5\}$
X_4	Φ	$\{a_2, a_3, a_5\}$	$\{a_2, a_4, a_5\}$	Φ	$\{a_3, a_4, a_5, a_6\}$
X_5	$\{a_1, a_3, a_4, a_5\}$	$\{a_2, a_4, a_5\}$	$\{a_2, a_3, a_5\}$	$\{a_3, a_4, a_5, a_6\}$	Φ

综上所述, 对于表 1 所示决策系统 DS, $\{\{a_2 a_3\}, \{a_2 a_4\}, \{a_3 a_4\}, \{a_1 a_4 a_5 a_6\}\}$ 为代数与信息论观点下共同的属性约简, 说明 $\{\{a_2 a_3\}, \{a_2 a_4\}, \{a_3 a_4\}, \{a_1 a_4 a_5 a_6\}\}$ 不仅能够区分正域中任一对象与其他对象, 而且足以区分带不同条件隶属决策的任意两对象; $\{a_3 a_5\}$ 为 DS 代数观点属性约简, 其超集 $\{a_1 a_3 a_5 a_6\}$ 为 DS 信息论观点属性约简, 说明

$\{a_3 a_5\}$ 能够区分正域中任一对象与其他对象, 但不具备描述冲突对象所属粒度合并所导致不确定性的能力, 此时须其超集 $\{a_1 a_3 a_5 a_6\}$ 加以刻画.

5 结束语

本文基于条件等价类决策分布函数定义简化决策系统, 以该简化决策系统为基础定义满足两种观点属性约简的分辨矩阵, 已往基于 Skowron 分辨矩阵的属性约简搜索算法均可不加变换地应用到本文所定义分辨矩阵上, 为研究代数论与信息论观点属性约简模型提供了一种有效方法与途径.

参考文献:

- [1] Pawlak Z. Rough sets[J]. International Journal of Information and Computer Science, 1982, 11 (5): 314-356.
- [2] 王国胤. 决策表核属性的计算方法[J]. 计算机学报, 2003, 26(5): 611-615.
- [3] 王国胤, 于洪, 杨大春. 基于条件信息熵的决策表约简[J]. 计算机学报, 2002, 25(7): 759-765.
- [4] 杨明. 决策表中基于条件信息熵的近似约简[J]. 电子学报, 2007, 35(11): 2156-2160.
- [5] Skowron A, Rauszer C. The discernibility matrices and functions in information systems[C]//Intelligent Decision Support Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991: 331-362.

作者简介:

黄治国 男, (1978-), 博士, 讲师. 研究方向为数据挖掘、智能计算.

刘 罡 男, (1982-), 博士, 讲师. 研究方向为智能计算与图像处理.

(上接第 87 页)

- [5] LI Jin-eheng, Qu YR-Lin. Current mismatches in charge pumps of DLL-Based RF CMOS oscillators [J]. 半导体学报, 2001, 22(11): 1369-1373.
- [6] Chi-Chang Wang, Jin-chuan Wu. Efficiency improvement in charge pump circuits[J]. IEEE journal of solid-state circuits, 1997, 32(6): 852-860.

作者简介:



李 珂 男, (1982-), 硕士. 研究方向为 EEPROM 电路、模拟运算类电路等.